

TP Python 3 bis : recherche de solutions d'équations

L.-C. LEFÈVRE

On s'intéresse au problème suivant : on cherche un nombre *réel* x tel que $x^3 = 100$.

I Première approche

Écrire un programme qui permet de remplir le tableau suivant :

x	0	1	2	...	10
x^3					

```
for x in range(...):  
    print(x, x**3)
```

Question 1. Entre quelles valeurs **entières** de x faut-il chercher la solution ?

Question 2. On cherche maintenant à donner un chiffre après la virgule de la solution. Pour cela, on saute de 0,1. On considère donc une variable y qui saute de 1 et on la divisera par 10. De plus, on commence directement à partir des deux bornes trouvées dans la question précédente. Écrire ce programme :

```
for y in range(...):  
    x = y / 10  
    print(...)
```

Question 3. On cherche maintenant à donner deux chiffres après la virgule, pour cela on saute de 0,01. On considère une variable y qui saute de 1 mais on la divise par 100. Là encore, on peut utiliser les bornes de la question précédente car le but est de les affiner.

```
for y in range(...):  
    x = y / 100  
    print(...)
```

II Avec une boucle while

La boucle `while` est plus adaptée pour faire des sauts de la taille choisie. Tester par exemple le programme suivant :

```
x = 0  
while x < 10:  
    print(x, x**3)  
    x = x + 0.1
```

Question 4. Utiliser ce programme pour faire des sauts de 0,001 entre les bornes trouvées dans la question 1.

L'avantage est qu'on peut *arrêter* la boucle quand on est proche du but :

```
x = 0  
while x**3 < 100:  
    print(x, x**3)  
    x = x + 0.1
```

Question 5. Quand le programme ci-dessus fonctionne bien, faire des pas de 0,000 01 et enlever le `print` intermédiaire pour afficher directement le résultat final.

III Dichotomie

On change maintenant complètement d'approche.

On part de deux bornes a et b (on peut prendre 0 et 10, où utiliser celles trouvées à la question 1). En principe, x^3 est inférieur à 100 pour $x = a$ et supérieur à 100 pour $x = b$. On teste alors... où se situe x^3 pour la valeur au milieu entre a et b , qui est $m = \frac{a+b}{2}$.

```
a = ...
b = ...
m = (a + b) / 2
print(a, m, b)
print(a**3, m**3, b**3)
if ...:
    print("chercher la solution entre", ..., "et", ...) # compléter avec les variables a, b, ou m
else:
    print("chercher la solution entre", ..., "et", ...) # compléter avec les variables a, b, ou m
```

Question 6. Tester ce programme avec différents valeurs de a et b en s'assurant qu'on a bien compris où il fallait chercher la solution.

Puis on recommence avec les nouvelles bornes, tenant compte de m ! Pour cela on emboîte tout le programme précédent dans une boucle, disons pour l'instant de 10 étapes, qui à chaque étape met à jour les valeurs des bornes.

```
a = ...
b = ...
for i in range(10):
    m = (a + b) / 2
    print("essai numéro", i)
    print(a, m, b)
    print(a**3, m**3, b**3)
    if ...:
        a = ...
        b = ...
    else:
        a = ...
        b = ...
```

On peut ensuite enlever les lignes de `print`, garder seulement le résultat final (les valeurs a et b), et augmenter le nombre de passages dans la boucle.