

Séminaire de Théorie de la Déformation

[English version below]

1. Description (selon R. Hartshorne)

La théorie de la déformation est l'étude local de déformations. Ou, d'un autre point de vue, c'est l'étude infinitésimal d'une famille dans un voisinage de certain élément. Une situation typique serait un morphisme plat entre schémas $f : X \rightarrow T$. Pour chaque $t \in T$ on regarde les fibres X_t comme famille de schémas. La théorie de la déformation est l'étude infinitésimal de la famille dans le voisinage d'une fibre spéciale X_0 .

Nous allons nous concentrer sur 4 situations standard :

1. Sous-schémas d'un schéma X fixé. Le problème dans ce cas est déformer les sous-schémas en gardant le schéma ambiant fixé.
2. Fibrés en droites sur un schéma X fixé.
3. Fibrés vectoriels, ou plus généralement faisceaux cohérents, sur un schéma X fixé.
4. Déformations de schémas abstraits. Cela comprend l'étude local de déformation de singularités, et l'étude global de déformation de variétés lisses.

Dans chaque situation, nous allons considérer plusieurs questions. Le but final est donner un espace paramétrant les classes d'isomorphisme des objets en question. Par exemple, dans la situation (1) nous avons le schéma de Hilbert, et dans la situation (4) nous avons l'espace de modules de courbes.

2. Public objectif

Le séminaire est destiné, en principe, aux doctorants des groupes de « Algèbre et Géométries » et « Théorie des nombres », mais tout(e) (post-)doctorant(e) est quand même bienvenu(e).

3. Contenu et méthodologie

Le but du Séminaire de Théorie de la Déformation sera étudier le livre de Robin Hartshorne « Deformation Theory ». Nous ferons une exposée d'une heure chaque semaine, suivie d'une demi-heure de discussion. En concordance avec la préface du livre, nous supposerons une familiarité basique avec la géométrie algébrique (par exemple, le livre « Algebraic Geometry » de R. Hartshorne). De toute façon, nous rappellerons certains résultats de l'algèbre commutative.

Seminar of Deformation Theory

4. Description (according to R. Hartshorne)

Deformation theory is the local study of deformations. Or, seen from another point of view, it is the infinitesimal study of a family in the neighbourhood of a given element. A typical situation would be a flat morphism of schemes $f : X \rightarrow T$. For varying $t \in T$ we regard the fibers X_t as a family of schemes. Deformation theory is the infinitesimal study of the family in the neighbourhood of a special fiber X_0 .

We will focus our attention on 4 standard situations :

1. Subschemes of a fixed scheme X . The problem in this case is to deform the subschemes while keeping the ambient scheme fixed.
2. Line bundles on a fixed scheme X .
3. Vector bundles, or more generally coherent sheaves, on a fixed scheme X .
4. Deformations of abstract schemes. This includes the local study of deformations of singularities, and the global study of deformations of non-singular varieties.

For each of these situations, we will consider a number of different questions. The ultimate goal is to have a global parameter space that classifies of the objects in question. For example, in situation (1) there is the Hilbert scheme, and in situation (4) there is the variety of moduli of curves.

5. Target public

The seminar is aimed, in principle, to doctoral students of the groups « Algèbre et Géométries » and « Théorie des nombres », but every (post-)doctoral student is nevertheless welcome.

6. Contents and methodology

The goal of the Seminar of Deformation Theory will be study the book of Robin Hartshorne « Deformation Theory ». We will make a one-hour exposition each week, followed by 30 minutes of discussion. In concordance to the preface of the book, we will suppose a basic familiarity with algebraic geometry (for example, the book « Algebraic Geometry » of R. Hartshorne). In any case, we will recall some results of commutative algebra.

- *E-mail* : `louisclément.lefevre@ujf-grenoble.fr`, `pedro.montero@ujf-grenoble.fr`